$f(-1-x)=1-\sqrt{(-1-x)^2-1-x}=1-\sqrt{x^2+x}$

$\Rightarrow f(2\times(-\frac{1}{2})-x)=f(x)$ D'où la droite

D: $x=-\frac{1}{2}$ est un axe de symétrie pour la courbe C

c) D: $x=-\frac{1}{2}$ est un axe de symétrie de C donc on pourra étudier f sur $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[\cap Df=[0,+\infty[$

a)

$\bullet \lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1-\sqrt{x^2+x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{-\sqrt{x^2+x}}{x}$

$=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{-x(x+1)}{x\sqrt{x^2+x}}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{-(x+1)}{\sqrt{x^2+x}}=\frac{-1}{0^+}=-\infty$

f n'est pas dérivable en 0 .

Cf Possède une Demi tangente verticale dirigée vers le bas au point d'abscisse 0.

$\forall x\in]0;+\infty[; f'(x)=0-\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$

$=-\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}<0$

c)

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	‖	−
$f(x)$	1	$-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}1-\underbrace{\sqrt{x^2+x}}_{+\infty}=-\infty$

a)

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)-(-x+\frac{1}{2})=\lim\limits_{x\to+\infty}(1-\sqrt{x^2+x})-(-x+\frac{1}{2})$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}-\sqrt{x^2+x}+x+\frac{1}{2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(x+\frac{1}{2})^2-(x^2+x)}{\sqrt{x^2+x}+x+\frac{1}{2}}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+x+\frac{1}{4}-x^2-x}{\sqrt{x^2+x}+x+\frac{1}{2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{4}}{\underbrace{\sqrt{x^2+x}+x+\frac{1}{2}}_{+\infty}}=0$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}f(x)-(-x+\frac{1}{2})$ ce qui prouve que

La droite D d'équation : $y=-x+\frac{1}{2}$ est une asymptote oblique à C au voisinage de $+\infty$

b) $f(x)-(-x+\frac{1}{2})=\frac{\frac{1}{4}}{\sqrt{x^2+x}+x+\frac{1}{2}}\geq 0$: C au dessus D

c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1-\sqrt{x^2+x}}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1-\sqrt{x^2(1+\frac{1}{x})}}{x}$

$\overset{|x|=-x \text{ pour } x\leq 0}{=}\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{(x-|x|\sqrt{1+\frac{1}{x}})}{x}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\cancel{x}(\frac{1}{x}+\sqrt{1+\frac{1}{x}})}{\cancel{x}}=1$

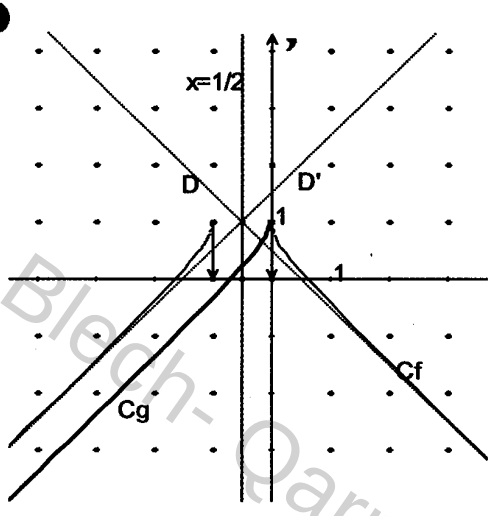
$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)-x=\lim\limits_{x\to+\infty}1-\sqrt{x^2+x}-x$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}(1-x)-\sqrt{x^2+x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{(1-x)^2-(x^2+x)}{1-x+\sqrt{x^2+x}}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1-2x+\cancel{x^2}-\cancel{x^2}-x}{1-x+\sqrt{x^2+x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1-3x}{1-x+\sqrt{x^2+x}}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\cancel{x}(\frac{1}{x}-3)}{\cancel{x}(\frac{1}{x}-1-\sqrt{1+\frac{1}{x}})}=\frac{3}{2}$

Donc D': $y=x+\frac{3}{2}$ est une asymptote oblique pour C_f au voisinage de $-\infty$



g est définie sur IR car $x^2+|x|\geq 0$

- Or pour $x\geq 0$ on a : $x=|x|$ donc $f(x)=g(x)$

D'où sur $[0,+\infty[$, la courbe de g ce coïncide avec C_f

- $x\in IR, -x\in IR$ et $g(-x)=g(x)$

Donc g est paire, par suite C_g est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Exercice n° 16 $f_n(x)=x^n\sqrt{x-1}$

$f_n(x)=x^n\sqrt{x-1}, n\in IN$

$Df_n=[1,+\infty[$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn